

Elija una de las dos opciones, A o B, y conteste a las cuatro cuestiones que componen cada opción. No mezcle cuestiones de una y otra opción. TIEMPO: 90 MINUTOS

**EXAMEN Nº 1 OPCIÓN A**

1. Hacer un esquema de la gráfica de una función  $f(x)$  que cumpla las siguientes propiedades:

- Tiene dos asíntotas verticales,  $x = -3$  y  $x = 3$ .
- Para  $x \rightarrow \pm\infty$ , se cumple  $f(x) \rightarrow 0$ .
- $f(-4) = f(4) = \frac{25}{16}$ .
- Es creciente en  $(-\infty, -3) \cup (-3, 0)$  y es decreciente en  $(0, 3) \cup (3, +\infty)$ .
- $f(0) = 0$  y  $f'(0) = 0$ .

2. De todos los triángulos rectángulos cuyos catetos suman 15 cm, halla las dimensiones del que tiene área máxima.

3. Estudiar para qué valores de  $m$  es inversible la matriz siguiente:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ m & 0 & m \end{bmatrix}$$

y, en caso de ser posible, hallar su inversa para  $m = -1$ .

4. Dada la recta  $r: \begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ -x - 2y + z = 0 \end{cases}$  y el plano  $\pi: 2x + y + mz - 3 = 0$ , estudiar la posición relativa de la recta  $r$

y el plano  $\pi$  según los valores del parámetro  $m$ , hallar también el punto de intersección de la recta  $r$  y el plano  $\pi$  en el caso de  $m = 1$ .

## EXAMEN N° 1 OPCIÓN B

1. Dada la función  $f(x)$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen} x & (x < 0) \\ -x^2 + ax + b & (x \geq 0) \end{cases}$$

determinar los valores de  $a$  y  $b$  para que resulte derivable en todos los puntos donde esté definida.

2. Dadas las funciones:  $f(x) = -2x^2 + 12x - 10$ ; y  $g(x) = -x^2 + 6x - 5$ , se pide:

- Representar el recinto limitado por las gráficas de ambas funciones.
- Calcular el área de dicho recinto.

3. Discutir el siguiente sistema en función de los valores del parámetro  $m$  y resolverlo para  $m = -2$  :

$$\begin{aligned} x + my - z &= 1 \\ 2x + y - mz &= 2 \\ x - y - z &= m - 1 \end{aligned}$$

4. Obtener la ecuación del plano paralelo a las dos rectas siguientes:

$$r_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}; r_2: \begin{cases} 2x - y + z = -2 \\ -x + y + 3z = 1 \end{cases},$$

y que pasa por el punto  $(1, 1, 2)$ .